Περίληψη

Ο σκοπός αυτής του άρθρου είναι να αναπτυχθεί, όσο πιο αναλυτικά, η χρήση του πακέτου **tikz-tab**, που αφορά την δημιουργία καλαίσθητων πινάκων μεταβολής συναρτήσεων και προσήμων. Το **tkz-tab** στηρίζεται στο σχεδιαστικό πακέτο TikZ, του οποίου χρησιμοποιούνται πολλές εντολές. Το **tkz-tab** έχει αναπτυχθεί από τον Γάλλο, το εγχειρίδιό του είναι γραμμένο στα Γαλλικά και μπορεί κανείς να το αναζητήσει στο διαδίκτυο. Θεωρούμε σημαντικό να αναλύσουμε με όσο το δυνατόν κατανοητό τρόπο τη χρήση αυτού του εργαλείου, αποφεύγοντας τις πολύπλοκες εντολές του TikZ αφενός, αλλά και δίνοντας την δυνατότητα μιας ολοκληρωμένης εικόνας των δυνατοτήτων του. Η παρουσίαση πολλών παραδειγμάτων, πιστεύουμε ότι θα βοηθήσει προς την κατεύθυνση αυτή.

1 Εισαγωγικά

Στο προοίμιο του XeLaTex- αρχείου μας πρέπει να φορτώσουμε το πακέτο `tkz-tab` με την εντολή `\usepackage{tkz-tab}`

Για να αρχίσουμε την κατασκευή ενός πίνακα ακολουθούμε την δομή:

```
\begin{tikzpicture}
content...
\end{tikzpicture}
```

Αμέσως μετά, προσθέτουμε τις εντολές που προσδιορίζουν το στυλ, γραμμές, πάχος, χρώματα και είδος βελών. Αυτά εισάγονται με την εντολή `\tikzset{}`.

Θα ασχοληθούμε με μερικές βασικές μορφοποιήσεις στα πλαίσια των αναγκών του σχολείου. Για όποιον ενδιαφέρεται να εμβαθύνει, σε λίγο καιρό θα είναι έτοιμη μια ελεύθερη απόδοση του εγχειριδίου του πακέτου, από τα Γαλλικά σε Αγγλικά και τα Ελληνικά φυσικά.

Οι βασικές εντολές είναι οι ακόλουθες:

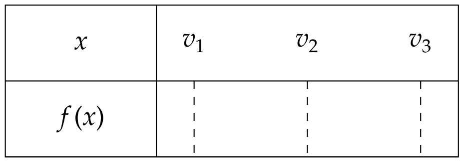
```
\tikzset{}
\tkzTabInit[]{}{}
\tkzTabLine{}
\tkzTabVar{}
\tkzTabVal{}{}{}{}
```

1.1 Η εντολή tikzset

Την `\tikzset{}` την εφοδιάζουμε με παραμέτρους, που καθορίζουν την μορφή, το πάχος, το χρώμα των γραμμών ή την μορφή των βελών. Μερικές βασικές χρήσεις της, θα τις συνατήσουμε παρακάτω στα παραδείγματα. Εδώ θα αναφερθούμε σε μερικά βασικά στοιχεία της.

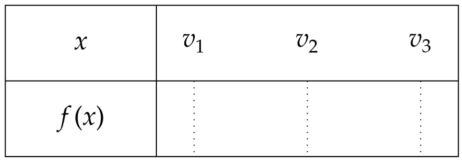
1. `\tikzset{t style/.style = {style = dashed}}`. Ορίζει μια διακεκομμένη γραμμή με παύλες, ενώ με την `\tikzset{t style/.style = {style = dotted}}` ορίζουμε γραμμές διακεκομμένες με τελείες (σχήματα 1 και 2) .
2. `\tikzset{t style/.style = {style = densely dashed}}`. Η εντολή αυτή ορίζει μια πυκνά-διακεκομμένη γραμμή με παύλες (σχήμα 3).
3. `\tikzset{h style/.style = {fill=red!60}}`. με την εντολή αυτήν ορίζουμε μία περιοχή στον πίνακα, με κόκκινο χρώμα. (σχήμα 4)
4. `\tikzset{h style/.style ={pattern=north west lines}}`. Η εντολή αυτή διαμορφώνει την μορφή της γραμμοσκίασης σε μια περιοχή του πίνακα (σχήμα 5).
5. `\tikzset{arrow style/.style = {blue,>->,> = latex',shorten> = 6pt,shorten < = 6pt}}`
   Με τον τρόπο αυτόν ορίζουμε το χρώμα και την μορφή του βέλους
   `arrow style/.style = {blue, >->,> = latex'}`. Το >-> ρυθμίζει την μορφή του βέλους. Η παράμετρος `shorten >`= μειώνει την απόσταση του τελικού σημείου ενώ η `shorten <`= κάνει το ίδιο με το αρχικό σημείο.

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{t style/.style = {style = dashed}}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 ,$f(x)$ /1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ t, , t , ,t }
\end{tikzpicture}
```



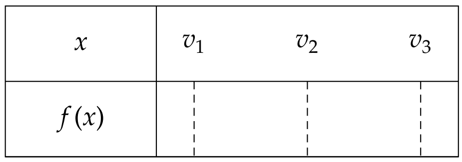
Σχήμα 1

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{t style/.style = {style = dotted}}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 ,$f(x)$ /1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ t, , t , ,t }
\end{tikzpicture}
```



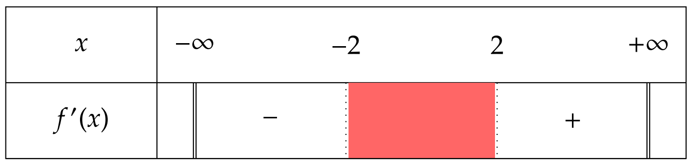
Σχήμα 2

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{t style/.style = {style = densely dashed}}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 ,$f(x)$ /1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ t, , t , ,t }
\end{tikzpicture}
```



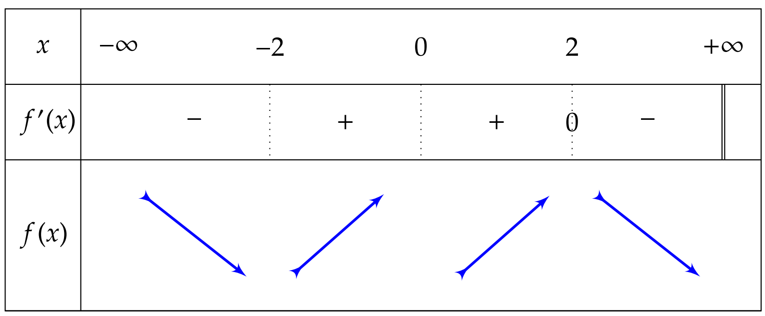
Σχήμα 3

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{h style/.style = {fill=red!60}}
\tkzTabInit[espcl=2,lgt=2]
{$x$/1,$f'(x)$/1}
{$-\infty$,$-2$,$2$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d ,- ,z ,h ,z ,+ ,d }
\end{tikzpicture}
```



Σχήμα 4

```
 \begin{tikzpicture}
 [line width=1pt]
 \tikzset{arrow style/.style =
 {blue,>->,> = latex',
 shorten > = 6pt,
 shorten < = 6pt}}
\tkzTabInit[espcl=2,lgt=1]
 {$x$/1,$f'(x)$/1}
 {$-\infty$,$-2$,$0$,
 $2$,$+\infty$}
 \tkzTabLine
 {d ,h ,z ,+ ,t ,+ ,z ,- , d}
 \end{tikzpicture}
```



Σχήμα 5

Η παράμετρος `[line width = 1pt]` ορίζει το πάχος της γραμμής. Ας δούμε στο σχήμα 6, πως επηρεάζεται το πάχος του βέλους, αν θέσουμε αντί για 1 την τιμή 2.

```
\begin{tikzpicture}
[line width=2pt]
\tikzset{arrow style/.style =
{blue,>->,> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
\tkzTabInit[espcl=2,lgt=1]
{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}
{$-\infty$,$-2$, $0$,$2$,
$+\infty$}
\tkzTabLine
{ ,- ,t ,+ ,t ,+ ,z ,- ,d }
\tkzTabVar
{+/,-/,+V-/,+/ ,-/}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$+$	0	$-$	‖
$f(x)$		↘		↗		↗		↘	

Σχήμα 6

Θα συμβουλεύαμε, στο τμήμα της παραμέτρου

```
[line width=2pt]
\tikzset{arrow style/.style =
{blue,>->,> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
```

να ”πειράζουμε” μόνο το πάχος της γραμμής, δηλαδή το [**line width=<αριθμός>**] καθώς το χρώμα black ή blue ή red και την μορφή του βέλους >-> **ή** ->.

1.2 Η εντολή tkzTabInit

Η εντολή έχει την μορφή `\tkzTabInit[]{}{}`

Στις αγκύλες [] περιλαμβάνουμε τις επιλογές **espcl** και **lgt**. Η επιλογή **espcl** παίρνει ακέραιες τιμές και καθορίζει την απόσταση μεταξύ των τιμών του x. Η επιλογή **lgt** καθορίζει το πλάτος της πρώτης στήλης του πίνακα. Θα το δούμε αμέσως μετά σε παραδείγματα. Υπάρχει πλήθος άλλων επιλογών (options) αλλά θα μείνουμε σε αυτές τις δύο και αν χρειαστεί παρακάτω, θα αναφερθούμε σε κάποιες άλλες. Μη ξεχνάμε ότι ο κύριος σκοπός του παρόντος είναι να αναφερθούμε στα βασικά για να φτιάχνουμε πίνακες μεταβολών με το ενδιαφέρον αυτό πακέτο. Στην εντολή `\tkzTabInit` περιλαμβάνονται και δύο άγκιστρα.

Στο πρώτο γράφουμε τα στοιχεία της πρώτης στήλης, που καθορίζουν πόσες γραμμές θα έχει ο πίνακάς μας.

Στο δεύτερο γράφουμε τις τιμές του x στον πίνακα, που καθορίζουν το αριθμό των στηλών του πίνακα.

Ας δούμε μια βασική δομή ενός πίνακα:

Πίνακας 1 tkzTabInit[]/1,/1a,b|

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[]{/1,/1}%
{a,b}%
\end{tikzpicture}
```

	a	b

Στο πρώτο άγκιστρο, που εισάγουμε τα στοιχεία της πρώτης στήλης του πίνακα εφαρμόζουμε την δομή $\{x_1/1, x_2/1,, x_3/1\}$, όπου /1 ή /2 ή /3 καθορίζει το ύψος της γραμμής, που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη θέση. Για παράδειγμα, ας συγκρίνουμε τον προηγούμενο πίνακα με τον επόμενο, όπου μετατρέψαμε το /1 της δεύτερης γραμμής σε /2

Πίνακας 2 `\tkzTabInit[]{/1,/2}%`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[]{/1,/2}%
{a,b}%
\end{tikzpicture}
```

	a b

Ας δώσουμε τώρα κάποιες τιμές για να μορφοποιήσουμε τον βασικό μας πίνακα.

Πίνακας 3 `{$x$/1,$f(x)$/1}{0,1,e}`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=2]{$x$/1,$f(x)$/1}%
{0,1,e}%
\end{tikzpicture}
```

x	0 1 e
$f(x)$	

Θα ασχοληθούμε τώρα με τις επιλογές που έχουμε στην αγκύλη της εντολής.

Πίνακας 4 `[espcl=2,lgt=2]`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=2,lgt=2]{$x$/1,$f(x)$/1}%
{0,,1,e}%
\end{tikzpicture}
```

x	0 1 e
$f(x)$	

Πίνακας 5 `[espcl=3,lgt=3]`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=3,lgt=3]
   {$x$/1,$f(x)$/1}%
     {0,,1,e}%
\end{tikzpicture}
```

x	0 1 e
$f(x)$	

Μπορείτε για εξάσκηση να δείτε τα αποτελέσματα στην μορφή των πινάκων, όταν αλλάζουμε τις τιμές στις επιλογές **espcl** και **lgt**.

Για να γίνει αντιληπτή η σημασία τους θα μορφοποιήσουμε έναν πίνακα για να δούμε πως αντιμετωπίζουμε προβλήματα χώρου.

Πίνακας 6 `[espcl=3,lgt=3]`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=3,lgt=1]
{$x$/1,$x^2-x$/1,$x^3-3x^2+2$/1}%
{$0$,$1$,$e$}%
\end{tikzpicture}
```

x	0 1 e
x^2-x	
x^3-3x^2+2	

Παρατηρούμε ότι στην πρώτη στήλη υπάρχει στενότητα και "συνωστισμός :)". Ας κάνουμε κάποιες παρεμβάσεις. Αρχικά θα αυξήσουμε τις παραμέτρους /1 σε /2. Θα είναι:

Πίνακας 7 `[espcl=3,lgt=3]`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=3,lgt=1]
{$x$/2,$x^2-x$/2,$x^3-3x^2+2$/2}%
{$0$,$1$,$e$}%
\end{tikzpicture}
```

x	0	1	e
$x^2 -$ x			
$x^3 -$ $3x^2+$ 2			

Δώσαμε ύψος στις γραμμές, αλλά χρειαζόμασταν πλάτος, οπότε θα "πειράξουμε" την παράμετρο **lgt** και θα αφήσουμε /1 τις παραμέτρους της πρώτης γραμμής.

Πίνακας 8 `[espcl=3,lgt=3]`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit
[espcl=3,lgt=3]
{$x$/1,$x^2-x$/1,
$x^3-3x^2+2$/1}%
{$0$,$1$,$e$}%
\end{tikzpicture}
```

x	0	1	e
$x^2 - x$			
$x^3 - 3x^2 + 2$			

Παρατηρούμε ότι αυξήθηκε το πλάτος της πρώτης στήλης και ο πίνακας ήλθε σε μια αξιοπρεπή μορφή.

1.3 Η εντολή tkzTabLine

Η σύνταξη της εντολής είναι `\tkzTabLine[<local options>]<s(1),...s(n)>`
Στις μονές θέσεις βάζουμε τα σύμβολα **z**, **t**, **d** που η σημασία τους δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Σύμβολο	Ορισμός
d	εισάγει μια διπλή γραμμή στα σημεία που δεν ορίζεται η συνάρτηση
t	εισάγει μια διακεκομμένη γραμμή
z	εισάγει μια διακεκομμένη γραμμή που στη μέση της έχει το 0

Θυμήσου ότι την μορφή της διακεκομμένης γραμμής, μπορούμε να την ορίσουμε με την εντολή

```
\tikzset{t style/.style = {style = dashed}},
```

όπως αναφερθήκαμε στην ενότητα 1.1

Στις ζυγές θέσεις βάζουμε τα σύμβολα +, -, **h**, που η σημασία τους δίνεται από τον παρακάτω πίνακα.

Σύμβολο	Ορισμός
h	απαγορευμένη ζώνη, δηλαδή διάστημα που αποκλείεται
+	το πρόσημο +
-	το πρόσημο -

Τώρα ας δούμε πως διαμορφώνεται η λίστα <s(1),...s(n)>.

Αν το δεύτερο όρισμα της εντολής `\tkzTabInit` έχει ν στοιχεία, τότε η λίστα <s(1),...s(n)> θα έχει $2\nu-1$ στοιχεία δηλαδή $2\nu-2$ κόμματα. Ας δούμε μερικά παραδείγματα.

1.3.1 Παράδειγμα 1

Θα δούμε μια απλή χαρακτηριστική διάταξη

Πίνακας 9 `\tkzTabLine{ t, , t , ,t }`

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{t style/.style = {style = dashed}}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 ,$f(x)$ /1 }%
{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }%
\tkzTabLine{ t, , t , ,t }
\end{tikzpicture}
```

x	v_1		v_2		v_3
$f(x)$	⋮		⋮		⋮

Παρατηρούμε ότι έχουμε δημιουργήσει $2\cdot3-1=5$ θέσεις γιατί το δεύτερο όρισμα της εντολής `\tkzTabInit` είναι το `{$v_1$ , $v_2$ , $v_3$ }`, που έχει 3 στοιχεία. Θα έχουμε λοιπόν $2\cdot3-2=4$ κόμματα.
Στις μονές θέσεις μπαίνουν τα **t** ή **z** ή **d**

1.3.2 Παράδειγμα 2

Στο παράδειγμα αυτό, συμπληρώνουμε τις μονές θέσεις της εντολής `\tkzTabInit`

Πίνακας 10 `\tkzTabLine{ z, , z , ,z }`

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{t style/.style = {style = dashed}}
\tkzTabInit[espcl=1.5]
{$x$ / 1 ,$f(x)$ /1 }%
{$1$ , $2$ , $3$ }%
\tkzTabLine{ z, , z , ,z }
\end{tikzpicture}
```

x	1		2		3
$f(x)$	0		0		0

Παρατηρούμε ότι έχουμε δημιουργήσει $2\cdot3-1=5$ θέσεις γιατί το δεύτερο όρισμα της εντολής `\tkzTabInit` είναι το `{$1$ , $2$ , $3$ }`, που έχει 3 στοιχεία. Θα έχουμε λοιπόν $2\cdot3-2=4$ κόμματα.
Στις μονές θέσεις μπαίνουν τα **z**

1.3.3 Παράδειγμα 3

Στο επόμενο παράδειγμα θα κάνουμε έναν πίνακα προσήμων της παραγώγου της συνάρτησης

$$f(x)=x\cdot\ln x$$

Αν οι τιμές της μεταβλητής , που θα μπουν στον πίνακα είναι ν, τότε για την γραμμή των προσήμων της f', θα ορίσουμε $2\nu-2$ κόμματα. Το δεύτερο όρισμα της εντολής `\tkxTabInit` είναι το 1,2,3, οπότε στην εντολή `\tkzTabLine{}`, θα έχουμε $2\cdot3-2=4$ κόμματα. Γράφουμε λοιπόν:

`\tkzTabLine{ , , , , }`.

Τώρα για την πρώτη παράγωγο γνωρίζουμε ότι $f'(x)<0$ για $x<\dfrac{1}{e}$ και $f'(x)>0$ για $x>\dfrac{1}{e}$.

Πίνακας 11 `\tkzTabLine {d,- ,z,+ ,d}`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$/1,$f'(x)$/1}
{$0$,$\dfrac{1}{e}$,$+\infty$}
\tkzTabLine {d,- ,z,+ ,d}
\end{tikzpicture}
```

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$

Στην εντολή `\tkzTabLine{}` στις μονές θέσεις βάλαμε τα **d**, **z**, **d** και στις ζυγές - και +

1.3.4 Παράδειγμα 4

Θα φτιάξουμε τον πίνακα προσήμων της παραγώγου της συνάρτησης

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

Η $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$, που έχει ρίζες 0 και 2. Το δεύτερο όρισμα της εντολής `\tkxTabInit` είναι το $\{-\infty, 0,\ 2,\ +\infty\}$ οπότε η εντολή `\tkzTabLine{}` θα έχει $2 \cdot 4 - 2 = 6$ κόμματα.

Έχουμε λοιπόν:

```
\tkzTabLine{ , , , , , , }
```

Ανάμεσα θα βάλουμε τα πρόσημα της παραγώγου και τα σύμβολα των γραμμών μας και θα γίνει:

```
\tkzTabLine{d ,+ ,z ,- ,z ,+ ,d }
```

Τελικά έχουμε τον κώδικα:

Πίνακας 12 `\tkzTabLine{d ,+ ,z ,- ,z ,+ ,d }`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=2]
{$x$/1,$f'(x)$/1}
{$-\infty$,$0$,$2$,
$+\infty$}
\tkzTabLine
{d ,+ ,z ,- ,z ,+ ,d }
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$

1.4 Όταν έχουμε στον πίνακα ”απαγορευμένο” διάστημα

Η παράμετρος **h** μπαίνει σε ζυγή θέση (όπως τα πρόσημα) και με αυτή γραμμοσκιάζουμε ή χρωματίζουμε μια περιοχή στον πίνακά μας, που δεν ορίζεται η συνάρτηση.

1.4.1 Παράδειγμα 5

Να γίνει ο πίνακας προσήμων της παραγώγου της συνάρτησης

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το $(-\infty,\ -2] \cup [2,\ +\infty)$ και η πρώτη παράγωγος

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}},$$

που ορίζεται στο $(-\infty,\ -2) \cup (2,\ +\infty)$ Οι τιμές του x που θα παρουσιαστούν στον πίνακα είναι οι $\{-\infty,\ -2,\ 2,\ +\infty\}$ (δηλαδή το δεύτερο όρισμα της εντολής `\tkzTabInit` είναι το $\{-\infty,-2, 2,+\infty\}$), δηλαδή $\nu = 4$, οπότε θα έχουμε $2 \cdot 4 - 2 = 6$ κόμματα.

```
\tkzTabLine{ , , , , , ,}
```

Στο διάστημα $[-2,\ 2]$ δεν ορίζεται η f', οπότε πρέπει να αφαιρεθεί, με άλλα λόγια να το γραμμοσκιάσουμε. Θα χρησιμοποιήσουμε την παράμετρο **h**. Θα έχουμε λοιπόν:

Πίνακας 13 `\tkzTabLine{d ,- ,z ,h ,z ,+ ,d }`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=2,lgt=2]
{$x$/1,$f'(x)$/1}
{$-\infty$,$-2$,$2$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d ,- ,z ,h ,z ,+ ,d }
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$				$+$	‖

Μπορούμε να ”χρωματίσουμε” το απαγορευμένο κελί, με την εντολή για παράδειγμα

```
\tikzset{h style/.style = {fill=red!60}},
```

όπου βάζουμε, ό,τι χρώμα θέλουμε. Στο επόμενο παράδειγμα χρωματίζουμε το αποκλεισμένο διάστημα με κόκκινο.

1.4.2 Παράδειγμα 6

Πίνακας 14 `\tikzset{h style/.style = {fill=red!60}}`

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{h style/.style = {fill=red!60}}
\tkzTabInit[espcl=1,lgt=1]
{$x$/1,$f'(x)$/1}
{$-\infty$,$-2$,$0$, $2$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d ,h ,z ,+ ,t ,+ ,z ,- , d}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖			$+$		$+$	0	$-$	‖

1.4.3 Παράδειγμα 7

Η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{4x} - \ln x + \ln 2$$

έχει πεδίο ορισμού το $(0,\ +\infty)$ και πρώτη παράγωγο την

$$f'(x) = \frac{x-2}{x^3}$$

. Εδώ οι τιμές του x, που θα μπουν στον πίνακα είναι οι $-\infty,\ 0,\ 2,\ +\infty$, δηλαδή 4, οπότε είναι $2 \cdot 4 - 2 = 6$ τα κόμματα στην εντολή. Θυμήσου ότι στις μονές θέσεις βάζουμε τα **t** ή **z** ή **d**, ενώ στις ζυγές τα +, -, **h**

```
\tkzTabLine{ , , , , , , }
```

Θα έχουμε λοιπόν

Πίνακας 15 `\tkzTabLine{d ,h ,t ,- ,z ,+ ,d }`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=1,lgt=2]
{$x$/1,$f'(x)$/1}
{$-\infty$,$0$,$2$,$+\infty$}
\tkzTabLine{d ,h ,t ,- ,z ,+ ,d }
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖			$-$	0	$+$	‖

1.4.4 Παράδειγμα 8

Ας δούμε τώρα την κατασκευή ενός πίνακα με πρόσημα και παραστάσεις με απόλυτα.

Πίνακας 16 `\tkzTabLine{,-,z,+, }`
`\tkzTabLine{,x-1,z,1-x,}`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=2,lgt=2]
{$x$/1,$x-1$/1,$|x-1|$/1}
{$-\infty$,$1$,$+\infty$}
\tkzTabLine{,-,z,+, }
\tkzTabLine{,1-x,z,x-1,}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$	
$\lvert x-1\rvert$		$1-x$	0	$x-1$	

1.4.5 Παράδειγμα 9

Στο παράδειγμα αυτό έχουμε την κατασκευή ενός πίνακα που αφορά το πρόσημο τριωνύμου δευτέρου βαθμού, που έχει $\Delta > 0$ και ρίζες x_1, x_2.

Πίνακας 17 `\genfrac{}{}{0pt}{0}{\text{πρόσημο του}}{α}`

```
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[espcl=4,lgt=4]
{$x$/1,$Δ>0$ \\ πρόσημο του\\$y=αx^2+βx+γ$/2}
{$-\infty$,$x_1$,$x_2$,$+\infty$}
\tkzTabLine{,\genfrac{}{}{0pt}{0}
{\text{πρόσημο του}}{α},z,\genfrac{}{}{0pt}{0}
{\text{πρόσημο}}{\text{αντίθετο του}\ α},z,
\genfrac{}{}{0pt}{0}{\text{πρόσημο του}}{α} , }
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$\Delta > 0$ πρόσημο του $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$		πρόσημο του α	0	πρόσημο αντίθετο του α	0	πρόσημο του α	

1.5 Οι μεταβολές της f

Για να παραστήσουμε τις μονοτονίες (με τα γνωστά βελάκια) θα χρησιμοποιήσουμε την εντολή `\tkzTabVar{}` εφοδιάζοντάς την με κάποιες παραμέτρους, ανάλογα την περίπτωση. Θα ασχοληθούμε σταδιακά με απλές και θα φτάσουμε σε σύνθετες περιπτώσεις.

```
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style =
 {black,>->,> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=2,espcl=2]
{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$1$,$2$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{d,-,z,+,}%
\tkzTabVar{+/,-/, +/}%
\end{tikzpicture}
```

x	1		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Ας ερμηνεύσουμε τις παραμέτρους της εντολής

```
\tkzTabVar{+/,-/,+/}
```

Η συνάρτηση στο διάστημα που η $f'(x) < 0$, είναι φθίνουσα, οπότε το βέλος ξεκινάει από πάνω και κατέρχεται, γράφουμε λοιπόν +/,-/, όπου το +/ δηλώνει πάνω και το -/ κάτω. Μετά η συνάρτηση είναι αύξουσα, οπότε από το -/ θα πάμε στο +/, γιατί το βέλος θα πάει από κάτω προς τα πάνω. Ας αλλάξουμε τη σειρά να δούμε τι θα συμβεί.

```
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style =
{black,>->,> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=2,espcl=2]
{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$1$,$2$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{d,-,z,+,}%
\tkzTabVar{-/,+/, -/}%
\end{tikzpicture}
```

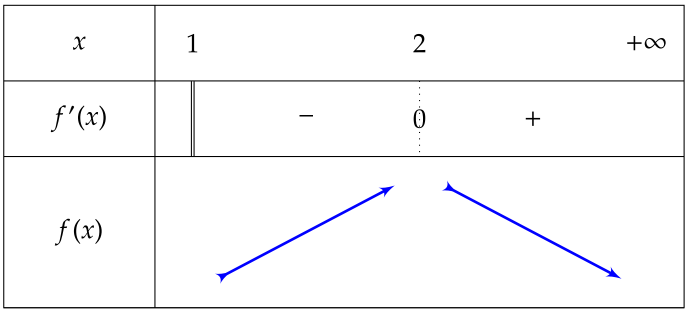
x	1		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Μια γενική συμβουλή. Το στυλ των βελών και το χρώμα μπορεί να ρυθμιστεί αν προσθέσουμε στον κώδικα το

```
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style =
{black,>->,> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
```

Για παράδειγμα, ο προηγούμενος πίνακας με την προσθήκη αυτή θα γίνει:

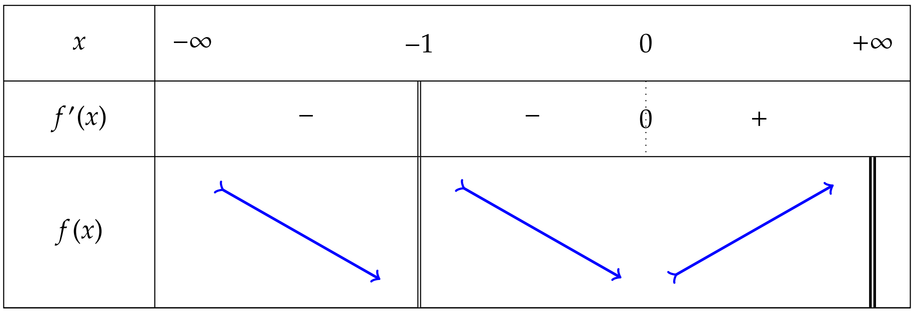
```
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style =
{blue,>->,> = latex',
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
\begin{tikzpicture}
\tkzTabInit[lgt=2,espcl=2]
{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$1$,$2$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{d,-,z,+,}%
\tkzTabVar{-/,+/, -/}%
\end{tikzpicture}
```



1.5.1 Παράδειγμα 1

Πίνακας μεταβολών της συνάρτησης $f(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$, που έχει πρώτη παράγωγο την $f'(x) = \dfrac{xe^x}{(x+1)^2}$

```
\begin{tikzpicture}
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style
= {blue,>->,
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
\tkzTabInit[lgt=2,espcl=3]
{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-1$,$0$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,d,-,z,+,}%
\tkzTabVar{+/,-D+/,-/, +D/}%
\end{tikzpicture}
```



Παρατηρούμε ότι στην εντολή `\tkzTabLine{d,-,d,-,z,+,}` έχουμε $2 \cdot 4 - 2 = 6$ κόμματα γιατί το δεύτερο όρισμα της εντολής `\tkzTabInit` είναι το $\{0{,}1{,}e, +\infty\}$ που έχει 4 στοιχεία. Στις μονές θέσεις μπαίνουν τα **z**, **t**, **d** και στις ζυγές τα πρόσημα.

Στην εντολή `\tkzTabVar{+/,-D+/,-/, +D/}` εργαζόμαστε ως εξής: Ξεκινάμε από "πάνω με το +/ και πάμε στο σημείο -1, στο οποίο η συνάρτηση δεν ορίζεται , οπότε βάζουμε το σύμβολο -**D**+,που δηλώνει στο διάστημα $(-\infty, -1)$ η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα, στο διάστημα $(-1\,, 0]$ η συνάρτηση είναι επίσης γνησίως φθίνουσα, στο -1 δεν ορίζεται και έχουμε άλμα από "κάτω αριστερά προς τα πάνω δεξιά". Συνολικά στο διάστημα $(-1, 0]$ η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα, δηλαδή -/ και στο διάστημα $[0, +\infty)$ είναι γνησίως αύξουσα, οπότε +/, τέλος στο $+\infty$, βάζουμε το σύμβολο +**D**

Συνοπτικά έχουμε:

Σύμβολο	Ορισμός
+D	δεν ορίζεται, αριστερά πάνω
-D	δεν ορίζεται αριστερά κάτω
D+	δεν ορίζεται δεξιά πάνω
D-	δεν ορίζεται δεξιά κάτω
+D-	ασυνέχεια ή δεν ορίζεται (αριστερά πάνω-δεξιά κάτω)
-D+	ασυνέχεια ή δεν ορίζεται (αριστερά κάτω-δεξιά πάνω)
+D+	ασυνέχεια ή δεν ορίζεται(αριστερά πάνω-δεξιά πάνω)
-D-	ασυνέχεια ή δεν ορίζεται (αριστερά κάτω-δεξιά κάτω)
-V+	όπως στα D αλλά χωρίς ασυνέχεια
-V-	όπως στα D αλλά χωρίς ασυνέχεια
+V-	όπως στα D αλλά χωρίς ασυνέχεια
+V+	όπως στα D αλλά χωρίς ασυνέχεια

1.5.2 Παράδειγμα 2

Πίνακας μεταβολών των (f' και f'')της συνάρτησης

$$f(x) = e^x - x^2 + x$$

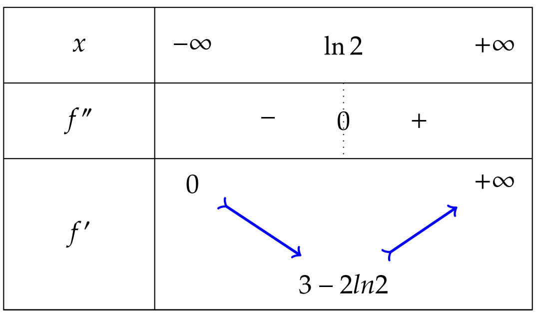
με πρώτη παράγωγο την

$$f'(x) = e^x - 2x + 1$$

και

$$f''(x) = e^x - 2$$

```
\begin{tikzpicture}
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style = {blue,
>->,
shorten > = 5pt,
shorten < = 5pt}}
\tkzTabInit[espcl=2]{$x$ /1, $f''$ /1,$f'$ /2}%
{$-\infty$ ,$\ln 2$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,z,+}
\tkzTabVar%
{ +/$0$ ,-/$3-2ln2$,+/$+\infty$}%
\end{tikzpicture}
```



Παρατηρούμε ότι μπορούμε να επισυνάψουμε την ελάχιστη ή την μέγιστη τιμή σε έναν πίνακα μεταβολών. Όπως θα δούμε παρακάτω μπορούμε με την προσθήκη μιας εντολής να βάλουμε και ενδιάμεσες τιμές.

1.5.3 Παράδειγμα 3

Πίνακας μεταβολών της συνάρτησης

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1$$

με πρώτη παράγωγο

$$f'(x) = 4x(x+1)(x+2)$$

```
\begin{center}
\begin{tikzpicture}
    [line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style = {blue,
>->,
shorten > = 5pt,
shorten < = 5pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]{$x$ /1, $f''$ /1, $f'$ /2}%
{$-\infty$ ,$\dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}$, $\dfrac{-3+\sqrt{3}}{3}$, $+\infty$}%
\tkzTabLine{,+,z,-,z,+,}
\tkzTabVar%
{ -/ $-\infty$,+/$T.M$, -/$T.E$,+/$+\infty$}%
\end{tikzpicture}
\end{center}
```

x	$-\infty$		$\dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}$		$\dfrac{-3+\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
f''		$+$	0	$-$	0	$+$	
f'	$-\infty$	↗	$T.M$	↘	$T.E$	↗	$+\infty$

1.5.4 Παράδειγμα 4

Πίνακας μεταβολών της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{x^2+x+2}{x-1},\ x \in (-\infty,\ 1) \cup (1,\ +\infty)$$

με πρώτη παράγωγο

$$f'(x) = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$$

```
\begin{tikzpicture}
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style = {blue,
>->,
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-1$,$1$,$3$,$+\infty$}%
```

```
\tkzTabLine {,+ ,z ,- ,d ,- ,z ,+ ,}%
\tkzTabVar{-/,+/,-D+/,-/,+/}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	‖	$\searrow$		$\nearrow$	

1.5.5 Παράδειγμα 5

Πίνακας μεταβολών της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 1},\ x \in (-\infty, 0) \cup (0, +|inf ty)$$

με πρώτη παράγωγο

$$f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$

```
\begin{tikzpicture}
[line width=1pt]
\tikzset{arrow style/.style = {blue,
>->,
shorten > = 6pt,
shorten < = 6pt}}
   tkzTabInit[lgt=2,espcl=3]{$x$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
                              {$-\infty$,$0$,$+\infty$}$
   tkzTabLine{,-,d,-,}
   tkzTabVar{+D/,-D+/,-D/}

\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	‖	$\searrow$	

1.6 Πως κατασκευάζουμε πίνακες με κοίλα και κυρτά

1.6.1 Παράδειγμα 5

Πίνακας μεταβολών της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{lnx}{x},\ x \in (0, +|inf\,ty)$$

με πρώτη παράγωγο

$$f'(x) = -\frac{1 - lnx}{x^2}$$

και δεύτερη παράγωγο

$$f''(x) = \frac{2lnx - 3}{x^3}$$

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->           = latex’,
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/3}%
{$0$,$e$,$\sqrt{e^3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,z,-,t,+,}
\tkzTabLine{,+,z,-,t,-,}
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-5.5) to [bend left=45, looseness=1] (5.2,-3.5);
\draw (5.8,-3.5) to [bend right=-45, looseness=1] (8.1,-5.5);
\draw (8.8,-3.5) to [bend left=-45, looseness=1] (11,-5.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	0		e		$\sqrt{e^3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$-$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$							

1.6.2 Παράδειγμα 6

Πίνακας μεταβολών της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

με πρώτη παράγωγο

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

και δεύτερη παράγωγο

$$f''(x) = \frac{2(1-3x^2)}{(x^2+1)^3}$$

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->            = latex’,
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$0$,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,t,-,z,+,t,+,}
\tkzTabLine{,-,z,+,t,+,z,-,}
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=30, looseness=1] (5.2,-4.8);
\draw (5.8,-3.5) to [bend right=35, looseness=1] (8.3,-4.8);
\draw (8.5,-4.8) to [bend left=-35, looseness=1] (11.2,-3.5);
\draw (11.7,-4.8) to [bend left=35, looseness=1] (14.5,-3.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$									

Για να δούμε στην πράξη πως λειτουργεί τι περιβάλλον της **scope** θα κάνουμε κάποιες αλλαγές αρχικά στις γωνίες (30,35,-35,35).

1.6.3 Παράδειγμα 7

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->            = latex’,
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$0$,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,t,-,z,+,t,+,}
\tkzTabLine{,-,z,+,t,+,z,-,}
```

```
\draw[dotted] (5.5,-2.0)--(5.5, -5.0);
\draw[dotted] (8.5,-2.0)--(8.5, -5.0);
\draw[dotted] (11.5,-2.0)--(11.5, -5.0);
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=45, looseness=1] (5.2,-4.8);
\draw (5.8,-3.5) to [bend right=35, looseness=1] (8.3,-4.8);
\draw (8.5,-4.8) to [bend right=35, looseness=1] (11.2,-3.5);
\draw (11.7,-4.8) to [bend left=-60, looseness=1] (14.5,-3.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$									

1.6.4 Παράδειγμα 8

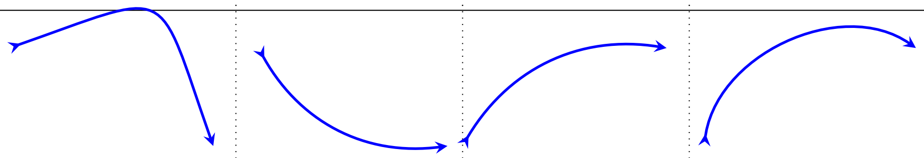
```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->          = latex',
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$0$,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,t,-,z,+,t,+,}
\tkzTabLine{,-,z,+,t,+,z,-,}
\draw[dotted] (5.5,-2.0)--(5.5, -5.0);
\draw[dotted] (8.5,-2.0)--(8.5, -5.0);
\draw[dotted] (11.5,-2.0)--(11.5, -5.0);
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=45, looseness=1] (5.2,-4.8);
\draw (5.8,-3.5) to [bend right=35, looseness=1] (8.3,-4.8);
\draw (8.5,-4.8) to [bend left=35, looseness=1] (11.2,-3.5);
\draw (11.7,-4.8) to [bend left=60, looseness=1] (14.5,-3.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$									

Γενικά, όταν χρησιμοποιούμε το περιβάλλον **scope** μπορούμε να ”πειραματιστούμε” πάνω στις αναγκαίες ρυθμίσεις, ώστε να πετύχουμε τις κατάλληλες παραστάσεις των βελών. Αυτό που πρέπει να γνωρίζουμε, είναι ότι: Η δομή της **draw** αποτελείται από τα σημεία αρχής και προορισμού, δηλαδή: (α, β) *to* (γ, δ). Με την κατάλληλη επιλογή των δύο σημείων πετυχαίνουμε να τοποθετήσουμε το βέλος στο αντίστοιχο τετράγωνο του πίνακα. Προσθέτοντας το στοιχείο [bend left=45, looseness=1] για παράδειγμα, στις διάφορες μορφές του, μορφοποιούμε το βέλος δίνοντάς του την κατάλληλη καμπυλότητα και κατεύθυνση. Ας δούμε στον επόμενο πίνακα, πως η παράμετρος **looseness** επηρεάζει, το πρώτο βέλος στο κελί του πίνακα, που αντιστοιχεί στο διάστημα $\left(-\infty, -\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$

1.6.5 Παράδειγμα 9

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->           = latex’,
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$0$,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,t,-,z,+,t,+,}
\tkzTabLine{,-,z,+,t,+,z,-,}
\draw[dotted] (5.5,-2.0)--(5.5, -5.0);
\draw[dotted] (8.5,-2.0)--(8.5, -5.0);
\draw[dotted] (11.5,-2.0)--(11.5, -5.0);
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=45, looseness=2] (5.2,-4.8);
\draw (5.8,-3.5) to [bend right=35, looseness=1] (8.3,-4.8);
\draw (8.5,-4.8) to [bend left=35, looseness=1] (11.2,-3.5);
\draw (11.7,-4.8) to [bend left=60, looseness=1] (14.5,-3.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$									

Για μεγαλύτερη ακρίβεια η παράμετρος **bend left=<γωνία>** στην ουσία θέτει

out=<γωνία>, in=180-<γωνία> για όσους είναι εξοικειωμένοι με το πακέτο **tikz-pgf**.

Με αντίστοιχο τρόπο ορίζεται η παράμετρος **bend right=<γωνία>**, απλά η κάμψη γίνεται από την άλλη πλευρά.

Η παράμετρος **looseness=<αριθμός>** καθορίζει πόσο ”χαλαρή” είναι η καμπύλη. Το TikZ υπολογίζει την απόσταση μεταξύ του αρχικού και τελιού σημείου, την πολλαπλασιάζει επί έναν σταθερό αριθμό και κατόπιν επί τον παράγοντα <αριθμός>.

Για να μην χρειαστείτε την μελέτη του εγχειριδίου του παλέτου TikZ, απλά μπορείτε να πειραματιστείτε αλλάζοντας τις τιμές στην παράμετρο **looseness=<αριθμός>**. Προτείνω όμως να δουλέψετε κύρια με τις τιμές από το 0 έως το πολύ 2.

Ας δούμε πως επηρεάζεται το βέλος στο πρώτο κελί, αν αλλάξουμε την παράμετρο looseness από 1 σε 0.5. Ο πίνακας του παραδείγματος 6, θα γίνει, όπως παρακάτω. Δηλαδή η καμπυλότητα του βέλους στο πρώτο κελί γίνεται πιο μικρή. (Παράδειγμα 10)

1.6.6 Παράδειγμα 10

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->           = latex’,
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=3]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$0$,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,t,-,z,+,t,+,}
\tkzTabLine{,-,z,+,t,+,z,-,}
\draw[dotted] (5.5,-2.0)--(5.5, -5.0);
\draw[dotted] (8.5,-2.0)--(8.5, -5.0);
\draw[dotted] (11.5,-2.0)--(11.5, -5.0);
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=30, looseness=0.5] (5.2,-4.8);
\draw (5.8,-3.5) to [bend right=35, looseness=1] (8.3,-4.8);
\draw (8.5,-4.8) to [bend left=-35, looseness=1] (11.2,-3.5);
\draw (11.7,-4.8) to [bend left=35, looseness=1] (14.5,-3.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$									

Ο επηρεασμός της μορφής της καμπύλης του βέλους από τις παραμέτρους **bend left=<γωνία>** ή **bend right=<γωνία>** καθώς και από την **looseness=<αριθμός>** ελπίζουμε να έγινε κατανοητός.

Τώρα ας δούμε την περίπτωση, να αλλάξουμε την παράμετρο **espcl** της εντολής `\tkzTabInit[]` από την τιμή 3 στην τιμή 2.(Παράδειγμα 11)

1.6.7 Παράδειγμα 11

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->           = latex',
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=2]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$0$,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,t,-,z,+,t,+,}
\tkzTabLine{,-,z,+,t,+,z,-,}
\draw[dotted] (4.5,-2.0)--(4.5, -5.0);
\draw[dotted] (6.5,-2.0)--(6.5, -5.0);
\draw[dotted] (8.5,-2.0)--(8.5, -5.0);
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=35, looseness=1] (4.3,-4.8);
\draw (4.6,-3.5) to [bend right=35, looseness=1] (6.4,-4.8);
\draw (6.5,-4.8) to [bend left=-35, looseness=1] (8.3,-3.5);
\draw (8.6,-4.8) to [bend left=35, looseness=1] (10.4,-3.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$									

Παρατηρούμε ότι τα κελιά μίκρυναν και τα βέλη δεν προσαρμόζονται πλέον στο καινούργιο μέγεθος.

Πρέπει να αλλάξουμε το τα αρχικά και τελικά σημεία των εντολών `\draw`.

Στην πρώτη εντολή `\draw (2.5,-3.5) to [bend left=45, looseness=1] (5.2,-4.8);`, δεν αλλάζουμε το αρχικό σημείο, θα αλλάξουμε όμως το τελικό, δηλαδή θα το φέρουμε πιο κοντά. Ας γράψουμε λοιπόν:

```
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=35, looseness=1] (4.3,-4.8);
```

Με λίγους πειραματισμούς το τελικό σημείο έγινε $(4.3, -4.8)$. Ας σημειωθεί ότι την τεταγμένη δεν την αλλάζουμε, διότι καθορίζει το βάθος του σημείου, που δεν δημιουργεί πρόβλημα. Με άλλα λόγια αλλάζουμε μόνο τις τετμημένες των σημείων, γιατί έτσι ελέγχουμε τα σημεία κατά μήκος του οριζόντιου άξονα.

Στην επόμενη εντολή `\draw (2.5,-3.5) to [bend left=45, looseness=1] (5.2,-4.8);`, θα ξεκινήσουμε με ένα σημείο πολύ κοντινό από εκεί που καταλήξαμε στο πρώτο κελί. Παίρνουμε ως τετμημένη το 4.6 και φροντίζουμε το τελικό σημείο να απέχει κατά μήκος του οριζόντιου άξονα, περίπου 1.8, όσο και στην προηγούμενη εντολή. Προχωρώντας διαδοχικά η εντολές διαμορφώνονται όπως γράφονται παραπάνω.

Θα έχουμε λοιπόν με βάση τις αλλαγές το αποτέλεσμα:

```
\begin{tikzpicture}
\tikzset{arrow style/.style   = {blue,
->,
>->           = latex’,
shorten >    =  6pt,
shorten <    =  6pt}}
\tkzTabInit[espcl=2]
{$x$/1,$f''(x)$/1,$f'(x)$/1,$f(x)$/2}%
{$-\infty$,$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$0$,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,$+\infty$}%
\tkzTabLine{,-,t,-,z,+,t,+,}
\tkzTabLine{,-,z,+,t,+,z,-,}
\draw[dotted] (4.5,-2.0)--(4.5, -5.0);
\draw[dotted] (6.5,-2.0)--(6.5, -5.0);
\draw[dotted] (8.5,-2.0)--(8.5, -5.0);
\begin{scope}[>->,line width=1pt,>=stealth, blue]
\draw (2.5,-3.5) to [bend left=35, looseness=1] (4.3,-4.8);
\draw (4.6,-3.5) to [bend right=35, looseness=1] (6.4,-4.8);
\draw (6.5,-4.8) to [bend left=-35, looseness=1] (8.3,-3.5);
\draw (8.6,-4.8) to [bend left=35, looseness=1] (10.4,-3.5);
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$									

Στα τελευταία παραδείγματα έχουμε παρεμβάλει τις εντολές

```
\draw[dashed] (4.5,-2.0)--(4.5, -5.0);
\draw[dotted] (6.5,-2.0)--(6.5, -5.0);
\draw[dotted] (8.5,-2.0)--(8.5, -5.0);
```

Οι εντολές `\draw[dotted](a,b)--(c,d)` δημιουργούν διακεκομμένες γραμμές μέχρι το κάτω μέρος της τελευταίας γραμμής. Χωρίς τις εντολές αυτές, οι κάθετες διακεκομμένες γραμμές σταματούν μέχρι τα κελιά που περιέχουν τα πρόσημα (δες το Παράδειγμα 1).

Αντίστοιχα μπορούμε να δώσουμε την εντολή `\draw[dashed](a,b)--(c,d)`

Επίλογος Εννοείται ότι μπορεί οι πίνακες να βελτιωθούν, ως προς την ποιότητα. Αυτό που θέλαμε να επιτύχουμε με την εργασία αυτήν είναι μια αρχική παρουσίαση του όμορφου αυτού πακέτου. Προς το παρόν προσπαθήσαμε να καλύψουμε τις βασικές ανάγκες για την δημιουργία ενός απλού πίνακα μεταβολών. Θα προσπαθήσουμε στη συνέχεια να ολοκληρώσουμε την ανάπτυξή μας καλύπτοντας όλες τις περιπτώσεις.